


**Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
Географический факультет**

«Утверждено»
Декан географического факультета,
член-корр. РАН С.А. Добролюбов



Согласовано
Учебно-методической комиссией
факультета

« 12 » декабря 2019 г.
протокол № 16


ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Математика»

по направлению подготовки 05.03.04 «Гидрометеорология»
уровня высшего образования бакалавриат
с присвоением квалификации «бакалавр»

Направленности (профили):

Гидрология
Метеорология
Океанология

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки «Гидрометеорология» (*программы бакалавриата, магистратуры, реализуемых последовательно по схеме интегрированной подготовки*) в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математика» являются: формирование математической культуры студентов, подготовка студентов в области начал Математического анализа, Алгебры, Линейной алгебры, Аналитической геометрии; овладение современным аппаратом математики для дальнейшего использования в других математических дисциплинах, дисциплинах естественнонаучного содержания и приложениях.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Математика» входит в общенаучный цикл базовой части и изучается в 1 и 2 семестрах. Основой для успешного изучения дисциплины служат основательные знания школьных курсов Алгебры и начал анализа и Геометрии.

Освоение Математики необходимо для успешного изучения как дальнейших базовых курсов («Физика», «Прикладная математика»), так и дисциплин специализации, связанных с применением математических методов.

3. Требования к результатам освоения дисциплины

В соответствии с ОС МГУ и «Оценочными и методическими материалами формирования компетенций, оценивания уровня знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности у обучающихся и выпускников» освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций и получение следующих результатов обучения:

Владение базовыми знаниями фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для для обработки и анализа данных, прогнозирования гидрометеорологических характеристик (ОПК-1.Б, *формируется частично*).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные понятия, определения и свойства объектов Высшей математики, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Уметь: доказывать утверждения Высшей математики, решать задачи и вычислительные примеры, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания и приложениях.

Владеть: методами доказательства утверждений и методами решения простейших задач Высшей математики, навыками применения этого в других областях математического знания, дисциплинах естественнонаучного содержания и приложениях.

4. Структура и содержание дисциплины

Объем дисциплины и виды учебной работы.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц.

Общая аудиторная нагрузка – 124 часа, в т.ч. лекции – 62 часа и семинары – 62 часа.

Объем самостоятельной работы студентов – 56 академических часов.

| № п/ п | Раздел (тема) дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды учебной работы, включая СРС и трудоемкость (в часах) | | | Формы текущего контроля успеваемости (<i>по неделям семестра</i>) Форма промежуточной аттестации (<i>по семестрам</i>) |
|--------------|--|---------|-----------------|---|-----------|-----------|---|
| | | | | Контактная работа | | СРС | |
| | | | | лекция | семинар | | |
| 1 | Элементы Высшей алгебры | 1 | 1-3 | 6 | 6 | 6 | |
| 2 | Элементы Аналитической геометрии. | 1 | 3-6 | 2 | 2 | 3 | Контрольная работа |
| 3 | Начала Математического анализа. Теория пределов | 1 | 7-11 | 12 | 12 | 12 | Контрольная работа Коллоквиум |
| 4 | Начала Математического анализа. Дифференциальное исчислении функций одного переменного | 1 | 12-17 | 14 | 14 | 12 | Контрольная работа |
| 5 | Решение задач к зачету | 1 | 18 | 2 | 2 | 0 | |
| 6 | Промежуточная аттестация | 1 | | | | 3 | Зачет |
| 7 | Начала Математического анализа. Неопределенный интеграл. | 2 | 1-5 | 4 | 8 | 4 | Контрольная работа Коллоквиум |
| 8 | Начала Математического анализа. Определенный интеграл Римана. | 2 | 6-8 | 8 | 8 | 2 | Контрольная работа |
| 9 | Начала Математического анализа. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. | 2 | 9-12 | 12 | 8 | 2 | Контрольная работа |
| 10 | Решение задач к экзамену | 2 | 13 | 2 | 2 | 0 | |
| 11 | Промежуточная аттестация | 2 | | | | 12 | Экзамен |
| | Итого | | | 62 | 62 | 56 | |

5. Содержание дисциплины

I СЕМЕСТР

Тема 1. Элементы Высшей алгебры

Лекция 1: Определители: Определение. Свойства. Правила вычисления определителей второго и третьего порядка. Понятие минора и алгебраического дополнения.

Семинар 1: Вычисление определителей второго и третьего порядка. Преобразование определителей.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 2: Формула разложения определителя по строке. Определители высших порядков. Системы линейных уравнений. Формулы Крамера.

Семинар 2: Вычисление определителей четвертого порядка с помощью формулы разложения определителя по строке (столбцу). Решение систем линейных уравнений. Формулы Крамера.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 3: Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.

Семинар 3: Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Тема 2. Элементы Аналитической геометрии.

Лекция 4: Координаты на плоскости и в пространстве. Понятие уравнения линии и уравнения поверхности. Кривые второго порядка и их канонические уравнения. Преобразование координат.

Семинар 4: Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола, парабола – решение задач, приведение к каноническому виду.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Контрольная работа 1. – домашняя контрольная работа.

Тема 3. Начала Математического анализа. Теория пределов

Лекция 5: Понятие последовательности. Примеры. Предел последовательности его свойства. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых.

Семинар 5: Эскизы графиков элементарных функций. Вычисление пределов последовательностей.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 6: Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух последовательностей. Теорема Вейерштрасса. Число e .

Семинар 6: Вычисление элементарных пределов функций. Первый замечательный предел, применение для вычисления пределов.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 7: Понятие функции. Элементарные функции и их графики.

Семинар 7: Второй замечательный предел, применение для вычисления пределов. Сравнение бесконечно малых.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 8: Предел функции и его свойства. Бесконечно большие и бесконечно малые функции и их свойства. Теоремы о переходе к пределу в неравенствах для функций и последовательностей. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций.

Семинар 8: Смешанные примеры на вычисление пределов.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Лекция 9: Оценочный признак существования предела (теорема о зажатой функции). Первый замечательный предел. Примеры. Второй замечательный предел и его следствия. Примеры.

Семинар 9: Непрерывность функции: исследование точек разрыва.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Лекция 10: Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Примеры.

Семинар 10: Контрольная работа 2.

Коллоквиум по теме Теория пределов.

Тема 4. Начала Математического анализа. Дифференциальное исчисление функций одного переменного

Лекция 11: Понятие производной. Геометрическая и механическая интерпретация производной. Понятие дифференциала и дифференцируемой функции. Теорема о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции. Примеры.

Семинар 11: Производная: определение, свойства, таблица производных. Вычисление производных.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 12: Зависимость между дифференцируемостью и непрерывностью. Примеры. Производная сложной функции. Дифференциал независимой переменной. Инвариантность первого дифференциала.

Семинар 12: Касательная и нормаль к плоской кривой. Производные высших порядков.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 13: Производные и дифференциалы высших порядков. Неинвариантность второго дифференциала. Понятие локального экстремума функции. Теорема Ферма.

Семинар 13: Дифференциал функции. Производная параметрически заданной функции. Правило Лопиталья.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 14: Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа. Геометрический смысл теорем о среднем.

Семинар 14: Правило Лопиталья. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 15: Достаточное условие строгой монотонности функции на отрезке. Условие постоянства. Первое достаточное условие экстремума (по первой производной). Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей. Примеры.

Семинар 15: Исследование и построение графиков функций.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 16: Формула Тейлора. Разложение элементарных функций по степеням x .

Семинар 16: Исследование и построение графиков функций. Формула Тейлора.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Лекция 17: Второе достаточное условие экстремума (по второй производной). Достаточные условия выпуклости вверх и выпуклости вниз графика функции. Необходимое условие перегиба дважды дифференцируемой функции. Достаточное условие перегиба.

Семинар 17: Контрольная работа 3.

Неделя 18: зачетная (решение задач к зачету).

II СЕМЕСТР

Тема 5. Начала Математического анализа. Неопределенный интеграл.

Лекции 1-2: Введение: задачи, приводящие к понятию интеграла и сферы применения интегрального исчисления. Первообразная и неопределенный интеграл:

определение и свойства. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Некоторые методы интегрирования. Примеры.

Семинар 1: Таблица интегралов и свойства интегралов. Таблица дифференциалов. Интегрирование подстановкой (занесение под знак дифференциала). Интегрирование по частям. Некоторые интегралы специального вида.

Семинар 2: Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование некоторых трансцендентных функций. Интегрирование некоторых иррациональных алгебраических функций.

Семинар 3: Интегрирование рациональных алгебраических функций. Смешанные примеры на интегрирование.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Коллоквиум по теме Дифференциальное исчисление функций одного переменного

Семинар 4: Контрольная работа 4.

Тема 6. Начала Математического анализа. Определенный интеграл.

Лекция 3: Понятие интегральной суммы и определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Интегральная теорема о среднем значении.

Лекция 4: Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Замены переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.

Лекция 5: Вычисление площади криволинейной трапеции, криволинейного сектора. Полярные координаты. Вычисление площади криволинейного сектора. Объем тела вращения.

Семинар 5: Вычисление определенных интегралов. Вычисление площадей в декартовых координатах и параметрически заданных.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 6: Длина дуги плоской кривой, заданной в декартовых координатах, заданной параметрически, заданной в полярных координатах.

Семинар 6: Вычисление площадей в полярных координатах. Вычисление объема тела вращения.

Семинар 7: Вычисление длины дуги плоской кривой в различных способах задания.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Семинар 8: Контрольная работа 5.

Тема 7. Начала Математического анализа. Дифференциальное исчисление функций многих переменных.

Лекция 7: Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, частные производные. Примеры. Дифференцируемая функция нескольких переменных и ее дифференциал. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью. Зависимость между существованием частных производных и дифференцируемостью.

Лекция 8: Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Свойство инвариантности первого дифференциала.

Лекция 9: Вычисление производной функции одного переменного, заданной неявно. Уравнение касательной к плоской кривой. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.

Лекция 10: Вычисление производной функции одного переменного, заданной неявно. Уравнение касательной к плоской кривой. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.

Лекция 11: Частные производные высших порядков. Дифференциал второго порядка. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функций двух переменных.

Семинар 9: Частные производные первого порядка. Дифференциал первого порядка. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.

Семинар 10: Производные сложных функций. Производные неявных функций.

Семинар 11: Экстремум функции двух переменных.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач.

Лекция 12: Производная функции по направлению, ее выражение через частные производные и направляющие косинусы. Градиент. Производная функции по направлению градиента.

Семинар 12: Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная функции по направлению и градиент.

Задания для самостоятельной работы: изучение материалов темы, решение задач, подготовка к контрольной работе.

Семинар 13: Контрольная работа 6.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Самостоятельная работа студентов проводится с целью закрепления и углубления знаний по дисциплине и предусматривает: изучение отдельных разделов тем дисциплины; чтение студентами рекомендованной литературы и усвоение теоретического материала дисциплины; подготовку к семинарским занятиям; подготовку к различным формам контроля.

7. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости

Примеры контрольных работ.

Контрольная работа № 1 (алгебра и геометрия на плоскости).

1) Решить систему линейных уравнений (методом Гаусса или методом Крамера)

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_1 - 6x_2 - 2x_3 = -1 \\ 4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -1 \end{cases}$$

2) Вычислить определитель четвертого порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$$

3) Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду, нарисовать кривую. (Упростить уравнения линий, построить старые и новые координаты и кривые)

$$9x^2 + 16y^2 - 54x + 64y + 1 = 0$$

Контрольная работа № 2 (теория пределов).

1) Вычислить предел последовательности элементарными методами

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x - 1} - \sqrt{x^2 - 7x + 3} \right)$$

2) Вычислить предел функции элементарными методами

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

3) Вычислить предел функции, используя первый замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos x}}{x^2}$$

4) Вычислить предел функции, используя второй замечательный предел

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1 + 2x}{2 + 3x} \right)^{2x-4}$$

5) Вычислить предел функции, используя эквивалентные функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{\sin 2x}}{\sqrt[3]{1 - 6x} - 1}$$

6) Исследовать точки разрыва функции

Найти точки разрыва функции и указать их характер $y = \frac{1}{4 + e^{\frac{1}{x-1}}}$

Контрольная работа № 3 (производная функции одного переменного).

1) Найти производную функции $y = e^{-3x} \sin 2x$ (результат не упрощать).

2) Функция задана параметрически:
$$\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^{2t} (\cos 2t + \sin^2 t) \end{cases}$$

Найти ее производную в т. $t = 0$,

выписать уравнение касательной в т. $t = 0$,

привести уравнение кривой к виду $F(x, y) = 0$ (или $y = f(x)$).

3) Найти предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cos \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

Исследовать функции и построить их графики:

5) $y = xe^{-x^2/2}$

6) $y = \frac{x^2}{x+1}$

Контрольная работа № 4 (неопределенный интеграл).

1) Вычислить неопределенный интеграл интегрированием подстановкой (занесением под знак дифференциала).

$$\int \frac{(\operatorname{tg} 5x + 2) dx}{\sin^2 5x} =$$

2) Вычислить неопределенный интеграл по методу интегрирования по частям

$$\int (x^2 - 3x) \ln x dx =$$

3) Вычислить неопределенный интеграл смешанного типа с использованием методов интегрирования тригонометрических функций

$$\int \frac{x \sin x}{5 \cos^4 x} dx =$$

4) Вычислить неопределенный интеграл от некоторых иррациональных алгебраических функций

$$\int \frac{x+1}{x\sqrt{x-2}} dx =$$

5) Вычислить неопределенный интеграл от рациональных алгебраических функций

$$\int \frac{x^2}{(x-1)^2(x+1)} dx =$$

Контрольная работа № 5 (определенный интеграл).

1) Вычислить определенный интеграл $\int_4^{16} \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx =$

2) Вычислить площадь плоской области, ограниченной кривыми, заданными в полярных координатах: $r = 3 \left(\frac{1}{2} + \cos \varphi \right)$

3) Вычислить объем тела вращения найти объем тела, полученного вращением вокруг ОХ фигуры, ограниченной линиями $y = \ln(x+e)$, $y = 0$, $x = 2$.

4) Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной

параметрически $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} 0 \leq t \leq 2\pi.$

Контрольная работа № 6 (дифференциальное исчисление функций двух переменных).

1) Найти частные производные первого порядка для заданной функции $z = \sin(5x + 3y^2x) \operatorname{arctg}(\sqrt{x})$

2) Выписать дифференциал второго порядка для заданной функции d^2z , $z = e^{x^3+2xy}$

3) Найти частные производные первого порядка для сложной функции

найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ по формулам производных сложной функции $z = u^2v$, $v = xy$, $u = \frac{y}{x}$

4) Выписать уравнения нормали и касательной плоскости к поверхности в заданной точке.

написать уравнение касательной плоскости к поверхности $f(x, y, z) = 0$,

где $f(x, y, z) = 4x^2 - 9y^2 - z + 3$, параллельно плоскости $4x - 9y - \frac{1}{2}z - 1 = 0$. Выписать уравнение нормали к поверхности в точке касания и найти $\operatorname{grad} f$ в точке касания.

5) Найти экстремум функции двух переменных $z = x^3 + y^3 + 6xy + 28$

Коллоквиум № 1 (Теория пределов)

1. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно большие последовательности. Бесконечно малые последовательности, свойства бесконечно малых.

2. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух последовательностей.
3. Теорема Вейерштрасса. Число e .
4. Предел функции и его свойства. Бесконечно большие при $x \rightarrow a$ (где a – число или символ бесконечности) функции, их свойства. Бесконечно малые при $x \rightarrow a$ функции, их свойства.
5. Теорема о переходе к пределу в неравенствах $x_n < y_n$ ($n > n_0$), если пределы $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} y_n$ существуют. Теорема о переходе к пределу в неравенствах $f(x) < g(x)$ при $x \rightarrow a$, если пределы $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ существуют.
6. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций.
7. Оценочный признак существования предела (теорема о “зажатой” функции). Первый замечательный предел ($\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$).
8. Второй замечательный предел ($\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$) и два его следствия. (равенство $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$ привести без вывода, оба следствия вывести).
9. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Понятие о точках разрыва, классификация точек разрыва. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.

Примеры дополнительных вопросов к коллоквиуму №1:

$$1. f(x) = \begin{cases} 1+x, & x \leq 0 \\ 1-x, & x > 0 \end{cases}$$

Доказать непрерывность функции $f(x)$ при любом x . Построить график.

2.

Убедиться в том, что функции $f(x) = \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1}$ и $g(x) = \frac{2x+1}{x^2+2}$ являются

бесконечно малыми при $x \rightarrow \infty$. Имеют ли они один порядок малости или же одна из них имеет более высокий порядок малости, чем другая?

3.

Функция $f(x) = \frac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}$ не определена в точке $x=0$. Доопределить

функцию, задав $f(0)$ так, чтобы получившаяся функция была непрерывной при $x=0$.

4.

Доказать, что имеет место равенство $2^x = 1 + x \ln 2 + x \cdot \alpha(x)$, где $\alpha(x) \rightarrow 0$ ($x \rightarrow 0$).

$$5. f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1}{2-x}$$

Найти точки разрыва, определить тип разрыва. Построить график.

Имеет ли эта функция точку устранимого разрыва? Если не имеет, то привести пример функции, для которой такая точка существует.

6.

Дано, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -3$. Доказать, что $x_n > -5$, начиная с некоторого номера.

7.

Определить характер точки разрыва функции $y = 2^{\frac{1}{x}}$.

Привести пример ограниченной функции, имеющей точку разрыва 2-го рода.

8.

Функции $\alpha(x) = 2x + x \sin x$ и $\beta(x) = x + \arcsin x$ являются бесконечно малыми при $x \rightarrow 0$. Имеют ли они один и тот же порядок малости? Эквивалентны ли они?

9.

Функция $f(x) = 3 \sin^2 x^2 - 5x^5$ является бесконечно малой при $x \rightarrow 0$.

Каков её порядок малости по сравнению с x ?

Коллоквиум № 2 (Дифференциальное исчисление функций одного переменного)

1. Предел функции и его свойства. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства.
2. Теоремы о пределе суммы, произведения и частного двух функций.
3. Непрерывные функции, их свойства. Два определения непрерывности. Классификация точек разрыва. Перечислить свойства функций, непрерывных на отрезке.
4. Понятие производной. Механическая и геометрическая интерпретации производной.
5. Понятие дифференцируемой функции и её дифференциала. Доказать, что необходимым и достаточным условием дифференцируемости функции одного переменного является существование производной. Зависимость между существованием производной (дифференцируемостью) и непрерывностью.
6. Производная сложной функции.
7. Дифференциал независимой переменной x . Представление дифференциала в виде $dy = y' dx$, инвариантность этого выражения.
8. Понятие обратной функции. Теорема о производной обратной функции.
9. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференциал второго порядка. Его неинвариантность..
10. Понятие локального экстремума функции. Необходимое условие экстремума дифференцируемой функции (теорема Ферма).
11. Теоремы Ролля и Лагранжа. Условие строгой монотонности функции на отрезке.
12. Первое достаточное условие экстремума (по первой производной).
13. Теорема Коши и правило Лопиталя раскрытия неопределённостей типа $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$ (первую теорему доказать, для остальных привести формулировки).
14. Многочлен Тейлора и формула Тейлора. Разложения элементарных функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^a$ по степеням x .
15. Второе достаточное условие экстремума (по второй производной).
16. Достаточные условия выпуклости вверх и выпуклости вниз графика функции. Точки перегиба. Необходимое условие перегиба дважды дифференцируемой функции. Достаточное условие перегиба.

8. Формы и содержание промежуточной аттестации

Первый семестр: зачет

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В семестре проводятся 3 контрольных работы. В каждой группе,

как правило, дается несколько вариантов одной и той же работы. Основные темы задач, не зачтенные студенту на контрольных работах, выносятся на зачетную неделю. Проводится коллоквиум с оценкой по теоретическому материалу «Теория пределов». В последнюю неделю семестра отводится время для «зачета» оставшихся задач.

Для получения «зачета» необходимо сдать все темы задач и сдать Коллоквиум на положительную оценку.

Второй семестр: Экзамен

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В семестре проводятся 3 контрольных работы и один коллоквиум по теме «Дифференциальное исчисление функций одного переменного». В каждой группе, как правило, дается несколько вариантов одной и той же работы. Основные темы задач выносятся в экзаменационные билеты. В последнюю неделю семестра отводится время для «зачета» экзаменационных задач (студенты, сдавшие все темы задач, могут быть освобождены от решения задач на экзамене).

Экзаменационный билет состоит из трех пунктов: 1) решение предложенных задач, 2) теоретический вопрос из второго коллоквиума (студенты, сдавшие второй коллоквиум, освобождаются от этого пункта), 3) теоретический вопрос экзаменационного материала (оставшейся части теоретического материала).

Примерный перечень вопросов к экзамену:

1. Первообразная и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределённом интеграле..
2. Понятия интегральной суммы и определённого интеграла. Свойства определённого интеграла.
3. Интегральная теорема о среднем значении.
4. Определённый интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.
5. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
6. Вычисление площади криволинейной трапеции (вывод формулы) и криволинейного сектора (выписать формулу). Вычисление объёма по сечениям (выписать формулу). Формула объёма тела вращения как частный случай формулы объёма по сечениям.
7. Вычисление длины дуги плоской кривой, заданной уравнением $y = f(x)$ или $x = \varphi(y)$.
8. Выписать формулу длины дуги кривой, заданной параметрически. Используя её, вывести формулу длины дуги плоской кривой, заданной уравнением в полярных координатах.
9. Функции нескольких переменных. Предел, непрерывность, частные производные. Пример функции двух переменных $f(x, y)$, для которой существуют $f'_x(0, 0)$ и $f'_y(0, 0)$, но которая не является непрерывной в точке $O(0, 0)$.
10. Дифференцируемая функция нескольких переменных и её дифференциал. Зависимости между непрерывностью и дифференцируемостью, между существованием частных производных и дифференцируемостью.
11. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Свойство инвариантности дифференциала (инвариантность выражения $df = f'_x dx + f'_y dy$).
12. Вычисление производной функции одного переменного, заданной неявно. Вывести уравнение касательной к плоской кривой, заданной уравнением вида $F(x, y) = 0$. Уравнение касательной плоскости к поверхности и уравнения нормали (без вывода).

13. Частные производные высших порядков. Формулировка теоремы о смешанных производных. Понятие дифференциала второго порядка. Вид дифференциала второго порядка в случае, когда аргументы — независимые переменные, и в случае, когда аргументы — функции.
14. Экстремум функции двух переменных. Необходимое условие экстремума. Формулировка достаточного условия экстремума.
15. Понятие производной по направлению и градиента.

Пример экзаменационного билета:
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА
МАТЕМАТИКА
 Географический факультет

БИЛЕТ № 1

1. Решение задач
2. Вопрос из коллоквиума «Дифференциальное исчисление функций одного переменного» (для студентов, не сдавших коллоквиум)
3. Экзаменационный вопрос по материалам второго семестра.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО)

| Оценка | Неудовлетворительно | Удовлетворительно | Хорошо | Отлично |
|---|----------------------------|--|--|---|
| РО и соответствующие виды оценочных средств | | | | |
| Знания (виды оценочных средств: контрольные работы, коллоквиумы) | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания | Общие, но не структурированные знания | Сформированные систематические знания |
| Умения (виды оценочных средств: контрольные работы, коллоквиумы) | Отсутствие умений | В целом успешное, но не систематическое умение | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера) | Успешное и систематическое умение |
| Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: контрольные работы, коллоквиумы) | Отсутствие навыков | Наличие отдельных навыков | В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме | Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач |

9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература

Ильин В.А., Куркина А.В. *Высшая математика*. — М.: Проспект: изд. МГУ, 2004 (серия “Классический университетский учебник”).

Гусак А.А. *Высшая математика*. Т. 1,2. — Минск: изд. ТетраСистемс, 2009.

Рыбников А.К. *Начальные понятия математического анализа (Теория пределов)*. — М.: ВЗМШ, 2003.

Минорский В.П. *Сборник задач по высшей математике*. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

б) дополнительная литература:

Гусак А.А. *Справочное пособие к решению задач: Аналитическая геометрия и линейная алгебра*. - М.: ТетраСистемс, 1998

Гусак А.А. *Справочное пособие к решению задач: Математический анализ и дифференциальные уравнения*. - М.: ТетраСистемс, 1998.

Бараненков В.С., Демидович Б.П. и др. *Задачи и упражнения по математическому анализу для вузов* (под ред. Демидовича Б.П.). — М.: Аст: Астрель, 2008.

Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. *Задачи и упражнения по математическому анализу*, М.: Высшая школа, 2000.

10. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа одобрена на заседании учебно-методической комиссии географического факультета.

Разработчик:

Шарапова Марина
Леонидовна

Старший
преподаватель

МГУ имени М.В. Ломоносова,
механико-математический факультет